

Национальный институт образования

**Компетентный
подход**

Математика

10

класс

**Дидактические
и диагностические
материалы**

(базовый и повышенный уровни)

Пособие для учителей
учреждений общего среднего образования
с белорусским и русским языками обучения

*Рекомендовано Научно-методическим учреждением
«Национальный институт образования»
Министерства образования Республики Беларусь*

М о з ы р ь
«Выснова»
2 0 2 1

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ДИДАКТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

Многочлены (повышенный уровень)

Задания на формирование навыков применения предметных компетенций	Задания для групповой работы в классе	Задания для индивидуальной траектории формирования предметных компетенций	Задания для проектной и исследовательской деятельности (повышенный уровень)	Примечания (Ожидаемые результаты. Формируемые компетенции)
<i>Операции с многочленами</i>				
№ 1—10. На формирование навыков, связанных с определением основных характеристик многочлена (канонический вид, степень, коэффициент); приращения операций над многочленами: сумма, разность, умножение.	№ 1—6. Формируются приемы алгебраического мышления, связанные с операциями над многочленами, нахождением некоторых характеристик многочлена, приращения операций над многочленами в каноническом виде. Обсуждаются по две задачи в каждой группе.	№ 7, 8. Формируются навыки самостоятельной работы, контроля и самооценки. Задания сформированы на материале для многочленов различной степени и поддерживают внутрипредметную интеграцию (формулы сокращенного умножения, графики функций).	№ 9, 10. Выполнение практических заданий на применение свойств многочленов в контексте внутрипредметной интеграции (геометрия, графики функций), а также нахождение некоторых характеристик многочлена.	Учащиеся освоят виды деятельности: анализ связи между коэффициентами многочлена и его корнями; составление уравнений с заранее определенными характеристиками корней.

Задания на формирование навыков применения предметных компетенций	Задания для групповой работы в классе	Задания для индивидуальной траектории формирования предметных компетенций	Задания для проектной и исследовательской деятельности (повышенный уровень)	Примечания (Ожидаемые результаты. Формируемые компетенции)
<i>Деление многочленов</i>				
№ 1—10. На формирование навыков применения операции деления многочленов разными способами: «уголком» и методом неопределенных коэффициентов.	№ 1—6. Формируются приемы алгебраического мышления, связанные с делением многочленов. Обсуждаются по две задачи в каждой группе.	№ 7, 8. Формируются навыки самостоятельной работы, контроля и самооценки. Задания сформированы на материале для многочленов различных степеней.	№ 9, 10. Выполнение практических заданий на применение операции деления многочленов в контексте внутритекстовой интеграции (делимость чисел).	Учащиеся осваивают виды деятельности: алгебраические преобразования, связанные с делением многочленов.
<i>Деление многочленов с остатком</i>				
№ 1—10. На формирование навыков применения операции деления многочленов с остатком различными способами: «уголком» и методом неопределенных коэффициентов.	№ 1—6. Формируются приемы алгебраического мышления, связанные с делением многочленов с остатком. Обсуждаются по две задачи в каждой группе.	№ 7, 8. Формируются навыки самостоятельной работы, контроля и самооценки. Задания нахождение остатков при делении многочленов на линейные многочлены.	№ 9, 10. Выполнение практических заданий на применение операции деления многочленов с остатком в контексте внутритекстовой интеграции (преобразование графиков функций).	Учащиеся осваивают виды деятельности: алгебраические преобразования, связанные с делением многочленов с остатком.

Задания на формирование навыков применения предметных компетенций	Задания для групповой работы в классе	Задания для индивидуальной траектории формирования предметных компетенций	Задания для проектной и исследовательской деятельности (повышенный уровень)	Примечания (Ожидаемые результаты. Формируемые компетенции)
<i>Корни многочлена</i>				
№ 1—10. На формирование навыков нахождения целых корней приведенного многочлена с целыми коэффициентами для понижения степени уравнения; нахождения признаков равенства двух многочленов.	№ 1—6. Формируются приемы алгебраического мышления, связанные с решением уравнений. Обсуждаются две задачи в каждой группе.	№ 7, 8. Формируются навыки самостоятельной работы, контроля и самооценки. Задания сформированы в контексте внутрипредметной интеграции (формирования сокращенного умножения, функций).	№ 9, 10. Выполнение практических заданий на применение свойств многочленов в определении наличия корней; а также в контексте внутрипредметной интеграции (доказательство тождеств).	Учащиеся освоят виды деятельности: решение уравнений методом нахождения целых корней приведенного многочлена с целыми коэффициентами, применения свойств многочленов в доказательстве тождеств
<i>Теорема Безу</i>				
№ 1—10. На формирование навыков применения теоремы Безу для нахождения остатка при делении многочлена на линейный многочлен	№ 1—6. Формируются приемы алгебраического мышления, связанные с делением многочленов раз-личных степеней с остатком. Обсуждаются по две задачи в каждой группе.	№ 7, 8. Формируются навыки самостоятельной работы, контроля и самооценки. Задания на определение остатков при делении многочленов в контексте внутрипредметной интеграции (доказательство равенств).	№ 9, 10. Выполнение практических заданий на нахождение остатка при делении многочлена на линейный многочлен в контексте внутрипредметной интеграции (доказательство равенств).	Учащиеся освоят виды деятельности: алгебраические преобразования, связанные с делением многочленов с остатком.

Задания на формирование навыков применения предметных компетенций	Задания для групповой работы в классе	Задания для индивидуальной траектории формирования предметных компетенций	Задания для проектной и исследовательской деятельности (повышенный уровень)	Примечания (Ожидаемые результаты. Формируемые компетенции)
<i>*Нахождение рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами</i>				
№ 1—10. На формирование навыков нахождения рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами для понижения степени уравнения; доказательства иррациональности чисел.	№ 1—6. Формируются приемы алгебраического мышления, связанные с решением уравнений. Обсуждаются по две задачи в каждой группе.	№ 7, 8. Формируются навыки самостоятельной работы, контроля и самооценки. Задания сформированы в контексте внутрипредметной интеграции (решение неравенств, сокращение рациональных дробей).	№ 9, 10. Выполнение практических заданий на применение свойств многочленов в определении наличия корней; а также в контексте внутрипредметной интеграции (в том числе значений тригонометрических функций).	Учащиеся осваивают виды деятельности: решение уравнений методом нахождения рациональных корней многочлена с целыми коэффициентами и понижением степени уравнения.
<i>Теорема Виета</i>				
№ 1—10. На формирование навыков применения теоремы Виета как для многочленов второго порядка, так и для кубических многочленов.	№ 1—6. Формируются приемы алгебраического мышления, связанные с алгебраическими преобразованиями, анализом характера зависимости корней уравнения и его коэффициентов. Обсуждаются по две задачи в каждой группе.	№ 7, 8. Формируются навыки самостоятельной работы, контроля и самооценки.	№ 9, 10. Выполнение практических заданий на применение теоремы Виета в контексте внутрипредметной интеграции (геометрия, другие разделы алгебры).	Учащиеся осваивают виды деятельности: анализ связи между коэффициентами многочлена и его корнями, составление уравнений с заранее определенными характеристиками корней.

Тригонометрия (базовый и повышенный уровни)

Задания на формирование навыков применения предметных компетенций	Задания для групповой работы в классе	Задания для построение индивидуальной траектории формирования предметных компетенций	Задания для проектной и исследовательской деятельности (повышенный уровень)	Примечания (Ожидаемые результаты. Формируемые компетенции)
<p>№ 1, 2. На формирование навыков и способов деятельности по поиску решения задач на приращение понятий: синуса, косинуса, тангенса, котангенса числа, свойств тригонометрических функций.</p>	<p>№ 6, 7, 8 под рубрикой «Исследовательские задания для работы в группах». Формируются приемы анализа ситуации, выяснения отношений между величинами, поиска примеров и контрпримеров, синтеза по результатам исследования.</p>	<p>№ 3, 4, 5. Формируются навыки самостоятельной работы, контроля и самооценки. Задания направлены на диагностику и коррекцию приемов решения задач; на применение свойств тригонометрических функций в интегрированных задачах.</p>	<p>№ 9, 10. Выполнение практических заданий на описание реальных ситуаций с помощью моделей, приводящих к приёмам решения задач по тригонометрии; задачи на поиск способа решения в интегрированных заданиях, на возможных обобщения и составление алгоритма.</p>	<p>Учащиеся освоят виды деятельности: анализ условия задачи, моделирование ситуации, выбор способа решения, использование понятий элементарной логики для аргументации рассуждений, интеграции знаний из различных разделов математики.</p>

Корень n -й степени из числа a ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$) (базовый и повышенный уровни)

Задания на формирование навыков применения предметных компетенций	Задания для групповой работы в классе	Задания для индивидуальной траектории формирования предметных компетенций	Задания для проектной и исследовательской деятельности (повышенный уровень)	Примечания (Ожидаемые результаты. Формируемые компетенции)
<i>Корень n-й степени из числа a ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$)</i>				
№ 1—10. На формирование навыков применения определения корня n -й степени из числа a ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$) для нахождения значения выражений и преобразования выражений, содержащих корни, выяснения, при каких значениях переменной выражения имеют смысл.	№ 6, 7, 11. Формируются приемы групповой работы, обсуждаются по несколько заданий в каждой группе.	№ 5, 8, 9, 10, 12. Формируются навыки самостоятельной работы, контроля и самооценки.	№ 13, 14. Выполнение заданий на исследование и применение полученных знаний в нестандартных ситуациях.	Учащиеся осваивают виды деятельности: анализ ситуации, сравнение результатов; извлечение и интерпретация информации.
<i>Основные свойства корня n-й степени из числа a ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$)</i>				
№ 15—25. На формирование навыков применения свойств корня n -й степени из числа a . ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$) для нахождения значения выражений и преобразования выражений, упрощений выражений.	№ 20, 21, 22, 23. Формируются приемы групповой работы, обсуждаются по несколько заданий в каждой группе.	№ 18, 24, 25, 26, 27, 28. Формируются навыки самостоятельной работы, контроля и самооценки.	№ 29. Выполнение задания на исследование и применение полученных знаний в нестандартных ситуациях.	Учащиеся осваивают виды деятельности: анализ ситуации, упрощения выражений, нахождения значений выражений, сравнения результатов, извлечение и интерпретация информации.

Задания на формирование навыков применения предметных компетенций	Задания для групповой работы в классе	Задания для индивидуальной траектории формирования предметных компетенций	Задания для проектной и исследовательской деятельности (повышенный уровень)	Примечания (Ожидаемые результаты. Формируемые компетенции)
<i>Извлечение от иррациональности в знаменателе дроби</i>				
№ 30—35. На формирование навыков применения алгоритмов для извлечения от иррациональности в знаменателе дроби.	№ 34, 35. Формируются приемы групповой работы, обеспечиваются алгоритмы для извлечения от иррациональности в знаменателе дроби, выполняется по несколько заданий в каждой группе.	№ 33. Формируются навыки самостоятельной работы, контроля и самооценки.	№ 32, 34. Выполнение заданий на разработку алгоритмов и применение полученных знаний в нестандартных ситуациях.	Учащиеся осваивают виды деятельности: анализ ситуации, упрощения выражений, составления алгоритмов, сравнения результатов.
<i>Иррациональные уравнения. Иррациональные неравенства</i>				
№ 36, 37, 43. На проверку знаний, умений, навыков и владения способами деятельности для решения практических задач, нестандартных задач; искать решения в измененных условиях по сравнению с теми, в которых знания формировались.	№ 38(а), 44. Проверются навыки применения основных свойств корня n -й степени из числа a ($n \geq 2, n \in N$) к решению иррациональных уравнений и неравенств, которые требуют осознанного воспронзведения знаний.	№ 29, 30, 38(б), 45. Проверяться умения самостоятельной работы и умения применять различные методы, приемы и алгоритмы для упорядочения выражений и решения иррациональных уравнений и неравенств.	№ 39—43, 46—49. Формируются приемы анализа ситуаций, выяснения отношений между величинами, синтеза по результатам исследования.	Выполнение практических заданий, приводящих к обобщенным приемам решения задач по разделу «Корень n -й степени из числа a ($n \geq 2, n \in N$)» (Иррациональные уравнения. Иррациональные неравенства).

Производная (базовый и повышенный уровни)

Тема урока	Цели изучения темы
2 Производная, физический смысл производной, геометрический смысл производной.	Знать: физический и геометрический смысл производной.
1 Производные функций: $y = c, y = ax + b, y = ax^2 + bx + c, y = \frac{k}{x}, y = x^n, y = x^n, n \in \mathbb{N}$.	Знать: производные функций $y = c, y = ax + b, y = ax^2 + bx + c, y = \frac{k}{x}, y = x^n, y = x^n, n \in \mathbb{N}$; уметь: находить производную каждой из этих функций.
3 Правила нахождения производных: $(cf)' = cf', (f + g)' = f' + g', (fg)' = fg' + fg', \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$.	Знать: правила нахождения производной суммы, разности, произведения, частного функций; уметь: находить производную функции по правилам нахождения производных.
4 Связь между знаком производной функции и ее возрастанием или убыванием.	Знать: связь между возрастанием (убыванием) функции и знаком ее производной; уметь: определять промежутки монотонности, точки экстремума, экстремумы функции.
4 Уравнение касательной к графику функции.	Уметь: составлять уравнение касательной к графику функции.
4 Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на промежутке.	Уметь: решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на промежутке.
6 Применение производной к исследованию функций, решению уравнений и неравенств.	Уметь: использовать производную при исследовании функций и построении графиков; применять полученные знания при решении задач практической направленности.

Элементы комбинаторики (повышенный уровень)

Задания на формирование навыков применения предметных компетенций	Задания для групповой работы в классе	Задания для построения индивидуальной траектории формирования предметных компетенций	Задания для проектной и исследовательской деятельности (повышенный уровень)	Примечания (Ожидаемые результаты. Формируемые компетенции)
№ 1—10. На формирование навыков и способов деятельности по поиску решения задач на приращение понятий: перестановки, размещения, сочетания, правил сложения и умножения.	№ 1—4. Формируются приемы анализа комбинаций и выбора способа их вычисления в соответствии с алгоритмом выбора вида комбинации, поиска способа решения на основе моделирования условия.	№ 5—8. Формируются навыки самостоятельной работы, контроля и самооценки. Задания направлены на диагностику и коррекцию приемов решения задач на выбор вида комбинации.	№ 9, 10. Выполнение практических заданий на описание реальных ситуаций с помощью моделей, приводящих к обобщенным приемам решения комбинаторных задач.	Учащиеся осваивают виды деятельности: анализ условия задачи, моделирование ситуации, выбор способа подсчета комбинаций, использование понятий элементарной логики для аргументации рассуждений.

Рекомендации по использованию дидактических материалов «Геометрия»

	Вид деятельности	Формируемые компетенции
Для постановки проблемного вопроса при объяснении нового материала либо определения уровня понимания материала могут быть использованы задания № 1.1, 2.1, 3.1, которые обсуждаются в парах с последующим комментарием.	Учащиеся осваивают виды деятельности: <ul style="list-style-type: none"> • работа с математическим текстом (анализируют, извлекают необходимую информацию); • анализ ситуации; • отработка умения делать выводы и обобщения; • сравнение, классификация объектов по выделенным признакам; 	Формируемые компетенции <ul style="list-style-type: none"> • учебно-познавательная; • личного самосовершенствования; • ценностно-смысловая; • информационная; • коммуникативная.

	Вид деятельности	Формируемые компетенции
<p>С целью формирования навыков применения полученных знаний по теме для решения задач могут быть использованы задания № 1.2, 2.2, 3.2(1,2). Обоснование решений обсуждается в парах с последующим комментарием. Задания могут быть использованы для опроса с взаимопроверкой и комментарием решения.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • подведение под понятие, выведение следствий; • умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации, в других учебных пред-метах, реальной жизни; • планирование учебного сотрудничества с учите-лем и сверстниками: определение целей, функций участников, способов взаимодействия; • постановка вопросов: инициативное сотрудниче-ство в поиске и сборе информации. 	
<p>Задания № 3.2(3), 4.1, 4.2, 5.1, 5.2 для индивидуальной траектории формирования предметных ком-петенций.</p> <p>Задания № 3.2(3), 4.2, 5.1 для са-мостоятельной работы с последу-ющим контролем и самооценкой.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • составлять математические модели при решении ма-тематических задач и задач прикладного характе-ра; • применять знания об изученных геометрических фигурах для решения задач; • осознанное и произвольное построение речевого высказывания в устной и письменной форме; • выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий с ис-пользованием знаково-символических средств. 	<ul style="list-style-type: none"> • учебно-познавательная; • личного самосовершен-ствования; • ценностно-смысловая; • социально-трудовая; • общекультурная.
<p>Задания № 6—9 на формирова-ние элементов исследовательских компетенций. Могут быть пред-ложены для работы в группах с последующим обсуждением по-лученных результатов.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • установление причинно-следственных связей; • построение логической цепи рассуждений; • выдвижение гипотез и их обоснование в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики; 	<ul style="list-style-type: none"> • учебно-познавательная; • личного самосовершен-ствования; • коммуникативная; • информационная; • общекультурная

	Вид деятельности	Формируемые компетенции
<p>Задания № 9—10 на развитие учебно-исследовательской деятельности учащихся. Могут быть предложены для работы в группах с последующим обсуждением полученных результатов исследования или для исследования дома.</p>	<p>Вид деятельности</p> <ul style="list-style-type: none"> • применение знаний об изученных геометрических фигурах для решения задач, практико-ориентированных задач, задач с межпредметным содержанием; • формулирование проблемы; • постановка и формулирование проблемы, самостоятельное создание алгоритмов деятельности при решении проблем творческого и поискового характера; • планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками: определение целей, функций участников, способов взаимодействия; • постановка вопросов: инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации. 	

Аксиомы стереометрии. Сечение многогранников

Задания № 1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 7—10 — предметные компетентностные задачи, для решения которых требуется установление и использование широкого спектра связей геометрического содержания, изучаемого в разных разделах предмета «Геометрия».

Задания № 1.2, 2.1, 3.1, 4.1, 5.1, 6 — для формирования метапредметных компетенций.

Задания № 1.1, 2.1, 3.1, 4.1, 5—9 — задачи, для решения которых необходимо под описанную ситуацию, требующую разрешения, составить математическую модель и найти ее решение.

Задачи № 1.1, 2.1, 3.1, 4.1, 5—9 — практико-ориентированные и задачи для исследования.

Задания № 3.2, 4.2, 5.2, 7—10 — для отработки навыков исследовательской деятельности.

<p>Задания на формирование навыков применения предметных компетенций</p> <p>№ 1—10. На формирование навыков применения предметных компетенций</p>	<p>№ 1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 3.1, 3.2. Поиск решения строго диктуется условиями и не предусматривает выход за его границы. Для решения задач на применение аксиом и следствий из них.</p> <p>На формирование навыков и способностей деятельности по поиску решения задач на применение аксиом и следствий из них.</p>	<p>Задания для индивидуальной работы или парной работы в классе</p> <p>№ 1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 3.1, 3.2. Поиск решения строго диктуется условиями и не предусматривает выход за его границы. Для решения задач на применение аксиом и следствий из них.</p>	<p>Задания для индивидуальной траектории формирования предметных компетенций</p> <p>№ 3.2(3), 4.1, 4.2, 5.1, 5.2. Формирование навыков самостоятельной работы, контроля и самооценки.</p> <p>№ 3.2(3), 4.2. Для отработки навыков применения аксиом и следствий из них для решения задач на построения.</p> <p>№ 4.1, 5.1, 5.2. Для отработки навыков применения аксиом и следствий из них при решении задач практико-ориентированного характера.</p>	<p>Задания для проектной и исследовательской деятельности (повышенный уровень)</p> <p>Задания № 6—7 практико-ориентированного характера могут быть предложены для обсуждения в группах.</p> <p>Задания № 8—10 могут быть предложены в качестве исследования качества для каждой группы для отработки навыков оперировать понятиями и представлениями с опорой на полученные знания по теме и последующим обсуждением.</p>	<p>Примечания (Ожидаемые результаты. Формируемые компетенции)</p> <p>Учащиеся освоят виды деятельности: анализ, синтез ситуации; делать выводы и обобщения с опорой на аксиомы и следствия из них; использовать знаково-символические средства для черчения; выполнять простейшие построения с опорой на аксиомы и следствий из них; составлять математические модели при решении задач прикладного характера с использованием аксиом и следствий из них.</p>
--	---	--	--	--	--

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
--------------------	---

Методические рекомендации по использованию дидактических материалов	6
--	----------

ДИДАКТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Многочлены (повышенный уровень)	30
Тригонометрия (базовый и повышенный уровни)	38
Корень n -й степени из числа a ($n \geq 2, n \in N$) (базовый и повышенный уровни)	54
Производная (базовый и повышенный уровни)	65
Элементы комбинаторики (повышенный уровень)	91
Аксиомы стереометрии и их следствия. Сечения многогранников плоскостью	92
Взаимное расположение прямых. Угол между прямыми	95
Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей	98
Перпендикулярность прямой и плоскости. Расстояния	101
Угол между прямой и плоскостью. Теорема о трех перпендикулярах	104
Двугранные углы. Перпендикулярность плоскостей	107
Координаты и векторы в пространстве	110

Методические рекомендации по использованию диагностических материалов	113
--	------------

ДИАГНОСТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Многочлены (повышенный уровень)	139
Тригонометрия	141
Корень n -й степени из числа a ($n \geq 2, n \in N$)	147
Производная	159
Элементы комбинаторики и Бином Ньютона (профильный уровень)	165
Аксиомы стереометрии и их следствия	170
Взаимное расположение прямых. Угол между прямыми	176
Параллельность прямой и плоскости. Параллельность плоскостей	183
Перпендикулярность прямой и плоскости. Расстояния	189
Угол между прямой и плоскостью. Теорема о трех перпендикулярах	195
Перпендикулярность плоскостей. Двугранный угол	200
Координаты и векторы в пространстве (повышенный уровень)	204