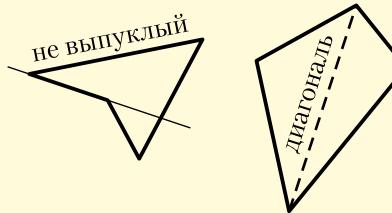
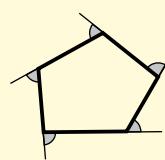
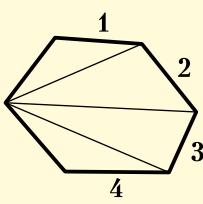


## МНОГОУГОЛЬНИК



## Сумма углов

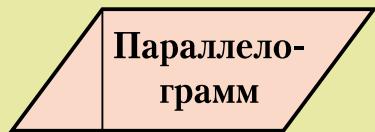
$$180^\circ(n-2)$$



**сумма внешних**

$$180^\circ n - 180^\circ(n-2) = \\ = 180^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ = 360^\circ$$

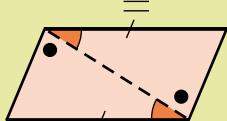
## 4-УГОЛЬНИКИ



### ПРИЗНАКИ

#### СВОЙСТВА

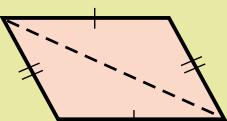
1



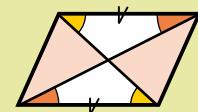
2



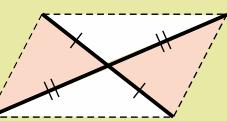
3



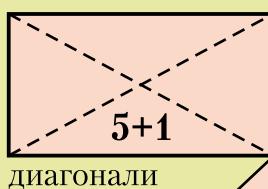
4



5



### ПРЯМОУГОЛЬНИК

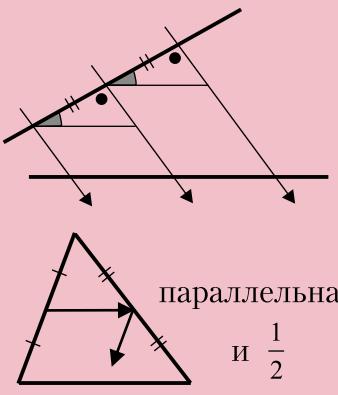


диагонали  
равны

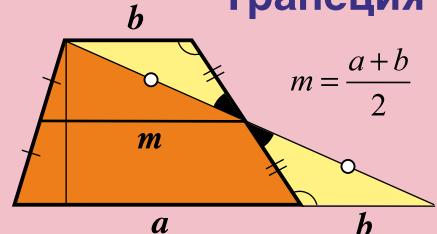


5+2      диагональ  
                  биссектриса

## СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ



## Трапеция



равнобедренная

1. Многоугольник. Выпуклые многоугольники.  
Диагональ. Периметр.
2. Сумма углов выпуклого многоугольника.
3. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.
4. Параллелограмм.
5. Свойства 1—4 параллелограмма.
6. **Свойство 5 параллелограмма.**
7. 1-й признак параллелограмма.
8. 2-й признак параллелограмма.
9. 3-й признак параллелограмма.
10. Прямоугольник. Свойство диагоналей.
11. Признак прямоугольника.
12. Ромб. Свойства ромба.
13. Признаки ромба.

14. Квадрат. Свойства квадрата.
15. **Теорема Фалеса.**
16. Деление отрезка на равные части.
17. Средняя линия треугольника. Свойство.
18. **Свойство медиан треугольника.**
19. Трапеция. Высота. Средняя линия.
20. Свойство средней линии трапеции.
21. Прямоугольная и равнобедренная трапеция.
22. Свойство углов равнобедренной трапеции.
23. Свойство диагоналей равнобедренной трапеции.
24. Признак равнобедренной трапеции (углы).
25. Признак равнобедренной трапеции (диагонали).

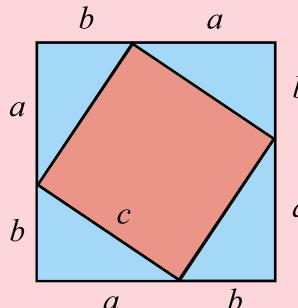
# ПЛОЩАДИ

Formulas for area:

- Square:  $S = a^2$
- Rectangle:  $S = ab$
- Trapezoid:  $S = ah$
- Triangle:  $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ah$
- Trapezoid (using diagonals):  $S = S_1 + S_2 = \frac{ah}{2} + \frac{bh}{2} = \frac{a+b}{2} \cdot h$
- Right-angled triangle:  $S = \frac{ab}{2} = \frac{ch}{2}$  where  $ch$  is the altitude to the hypotenuse.
- Rhombus:  $S = 4 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2} \right) = \frac{d_1 d_2}{2}$

## ПИФАГОР

100 быков!



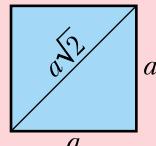
$$4 \cdot \frac{ab}{2} + c^2 = (a+b)^2$$

$$2ab + c^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

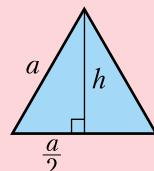
$$c^2 = a^2 + b^2$$

*Квадрат гипотенузы равен ...*

Диагональ квадрата



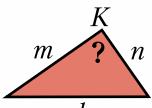
Равносторонний



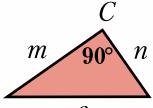
$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

обратная Пифагора



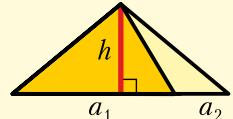
Дано:  $m^2 + n^2 = k^2$  ||| Если  $\angle C = 90^\circ$ , то  
Доказать:  $\angle K = 90^\circ$  |||  $m^2 + n^2 = c^2$   
 $k = c$   
 $\Delta 1 = \Delta 2$  по 3 пр.  
 $\angle K = 90^\circ$



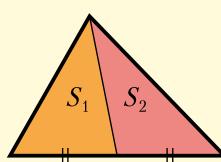
=>



общая высота



$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2}a_1h}{\frac{1}{2}a_2h} = \frac{a_1}{a_2}$$



медиана делит  
треугольник

ЕГИПЕТСКИЙ – 3, 4, 5

1. Равновеликие. Площадь квадрата.
2. Площадь прямоугольника.
3. Площадь параллелограмма.
4. Площадь треугольника.
5. Площадь прямоугольного треугольника.
6. Высота, опущенная на гипотенузу.
7. Площадь трапеции.
8. Площадь ромба.

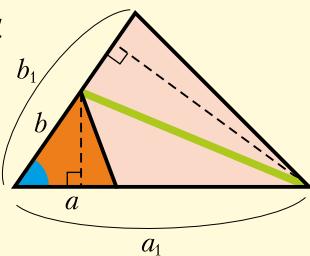
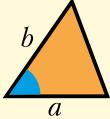
9. Теорема Пифагора.
10. Теорема, обратная теореме Пифагора.
11. Диагональ квадрата.
12.  $S$  и  $h$  равностороннего треугольника.
13. Наклонная и проекция.
14. Треугольники с общей высотой.
15. Площадь и свойство медианы.

# ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

1. Углы – равны

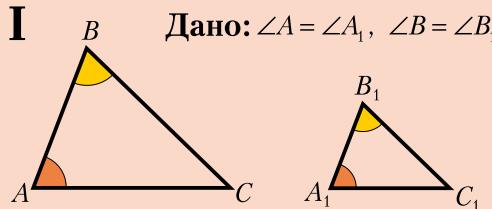
2. Стороны – пропорциональны

**Лемма**



$$\begin{aligned} \frac{S_{\text{мал}}}{S_{\text{ср}}} &= \frac{a}{a_1} \text{ (общая высота)} \\ \times \quad \frac{S_{\text{ср}}}{S_{\text{бол}}} &= \frac{b}{b_1} \text{ (общая высота)} \\ \hline \frac{S_{\text{мал}}}{S_{\text{бол}}} &= \frac{ab}{a_1 b_1} \end{aligned}$$

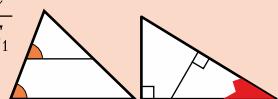
I



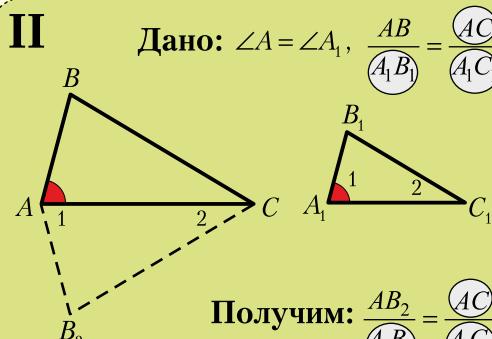
Получим: 1)  $\angle C = \angle C_1$

$$\frac{S}{S_1} = \frac{AB \cdot AC}{A_1 B_1 \cdot A_1 C_1} = \frac{BC \cdot AC}{B_1 C_1 \cdot A_1 C_1} = \frac{AB \cdot BC}{A_1 B_1 \cdot B_1 C_1}$$

$$2) \frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{BC}{B_1 C_1} = \frac{AC}{A_1 C_1}$$



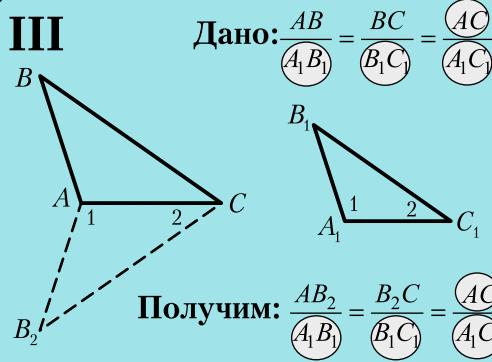
II



Дано:  $\angle A = \angle A_1$ ,  $\frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{AC}{A_1 C_1}$

$$\text{Получим: } \frac{AB_2}{A_1 B_1} = \frac{AC}{A_1 C_1}$$

III

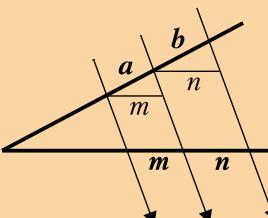


Дано:  $\frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{BC}{B_1 C_1} = \frac{AC}{A_1 C_1}$

$$\text{Получим: } \frac{AB_2}{A_1 B_1} = \frac{B_2 C}{B_1 C_1} = \frac{AC}{A_1 C_1}$$

3-й подобен 2-му и равен 1-му!

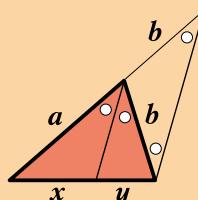
**Теорема Фалеса (обобщенная)**



Параллельные прямые отсекают ...

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

**Свойство биссектрисы треугольника**



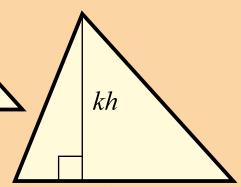
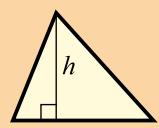
Биссектриса делит ...

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

**Площади подобных треугольников**

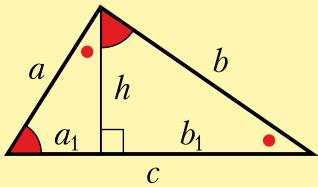
Как квадраты сходственных сторон

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot ka \cdot kh}{\frac{1}{2} \cdot ah} = k^2 = \frac{(ka)^2}{a^2}$$



1. Определение подобных треугольников.
2. Лемма об отношении площадей.
3. 1-й признак подобия. Следствия.
4. 2-й признак подобия.
5. 3-й признак подобия.
6. ТЕОРЕМА ФАЛЕСА (обобщенная).
7. Деление отрезка в отношении  $m:n$ .
8. Свойство биссектрисы треугольника.
9. Отношение площадей подобных треугольников.

# Среднее геометрическое



$$\frac{a_1}{h} = \frac{h}{b_1} \text{ (из левого и правого)}$$

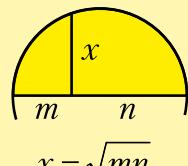
$$\frac{a_1}{a} = \frac{a}{c} \text{ (из левого и большого)}$$

$$\frac{b_1}{b} = \frac{b}{c} \text{ (из правого и большого)}$$

$$h^2 = a_1 b_1$$

$$a^2 = c a_1$$

$$b^2 = c b_1$$



$$x = \sqrt{mn}$$

| <br>$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$<br>$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $\sin \alpha = \frac{a \text{ (против. катет)}}{c}$<br>$\cos \alpha = \frac{b \text{ (прилеж. катет)}}{c}$<br>$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a \text{ (против. катет)}}{b \text{ (прилеж. катет)}}$<br>$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$ |               |                      |     |        |               |  |                      |        |                      |               |                      |                     |                      |            |   |                      |            |  |   |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|----------------------|-----|--------|---------------|--|----------------------|--------|----------------------|---------------|----------------------|---------------------|----------------------|------------|---|----------------------|------------|--|---|--|
| <br>$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$<br>$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <br>$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$<br>$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$                                                                                                                                                                    |               |                      |     |        |               |  |                      |        |                      |               |                      |                     |                      |            |   |                      |            |  |   |  |
| <table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th style="text-align: center;">30°</th> <th style="text-align: center;">60°</th> <th style="text-align: center;">45°</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\sin</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{2}</math></td> <td></td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{\sqrt{2}}{2}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\cos</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{2}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{\sqrt{2}}{2}</math></td> </tr> <tr> <td><math>\operatorname{tg}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{\sqrt{3}}{3}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\sqrt{3}</math></td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td><math>\operatorname{ctg}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>\sqrt{3}</math></td> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> </tbody> </table> |                                                                                                                                                                                                                                                     | 30°           | 60°                  | 45° | $\sin$ | $\frac{1}{2}$ |  | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\cos$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\operatorname{tg}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | $\sqrt{3}$ | 1 | $\operatorname{ctg}$ | $\sqrt{3}$ |  | 1 |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 30°                                                                                                                                                                                                                                                 | 60°           | 45°                  |     |        |               |  |                      |        |                      |               |                      |                     |                      |            |   |                      |            |  |   |  |
| $\sin$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $\frac{1}{2}$                                                                                                                                                                                                                                       |               | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ |     |        |               |  |                      |        |                      |               |                      |                     |                      |            |   |                      |            |  |   |  |
| $\cos$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | $\frac{\sqrt{3}}{2}$                                                                                                                                                                                                                                | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ |     |        |               |  |                      |        |                      |               |                      |                     |                      |            |   |                      |            |  |   |  |
| $\operatorname{tg}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | $\frac{\sqrt{3}}{3}$                                                                                                                                                                                                                                | $\sqrt{3}$    | 1                    |     |        |               |  |                      |        |                      |               |                      |                     |                      |            |   |                      |            |  |   |  |
| $\operatorname{ctg}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | $\sqrt{3}$                                                                                                                                                                                                                                          |               | 1                    |     |        |               |  |                      |        |                      |               |                      |                     |                      |            |   |                      |            |  |   |  |

## Задача

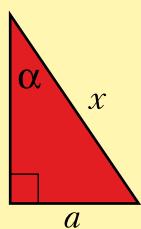
Дано:  $a, \alpha$ . Найти:  $x$ .

Решение.

$$\frac{a}{x} = \sin \alpha,$$

$$a = x \sin \alpha,$$

$$x = \frac{a}{\sin \alpha}.$$



**основное тригонометрическое тождество**

|                                                               |                                                                |
|---------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$                           | $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$     |
| $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$   | $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$   |
| $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ | $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$ |

$\sin \alpha = \frac{y \text{ (ордината)}}{R}$ 
 $\cos \alpha = \frac{x \text{ (абсцисса)}}{R}$

$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$ 
 $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$

$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ 
 $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$

$\sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ 
 $\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$S_{\Delta} = \frac{1}{2} a h = \frac{1}{2} a b \sin \alpha$ 
 $S_{\square} = a b \sin \alpha$

$S_4 = \frac{1}{2} x m \sin \phi + \frac{1}{2} y m \sin(180^\circ - \phi) + \frac{1}{2} y n \sin \phi + \frac{1}{2} x n \sin(180^\circ - \phi) = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \phi$

## 1. Высота как среднее геометрическое.

2. Катет как среднее геометрическое.

3. Построение отрезка:  $x = \sqrt{mn}$ .

4.  $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$  острого угла.

5. Формулы приведения для углов  $90^\circ - \alpha$ .

6. **Значения триг. функций для углов  $30^\circ, 60^\circ, 45^\circ$ .**

7. Решение прямоугольного треугольника.

8. Основное тригоном. тождество. Следствия.

9. Выражение  $\operatorname{tg} \alpha$  и  $\operatorname{ctg} \alpha$  через другие функции.

10.  $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$  для  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ .

11. Изменение  $\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ .

12. Значения триг. функций для углов  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ .

13. Формулы приведения для углов  $180^\circ - \alpha$ .

14. Формулы приведения для углов  $90^\circ + \alpha$ .

15. Значение триг. функций для углов  $120^\circ, 135^\circ, 150^\circ$ .

16. **Вторая формула площади треугольника.**

17. Вторая формула площади параллелограмма.

18. Формула площади выпуклого четырехугольника.

# Геометрия. 8 класс

Сумма углов многоугольника  $180^\circ(n-2)$

## Параллелограмм

### Свойства

- 1
  - 2
  - 3
  - 4
  - 5
- 

прямоугольник

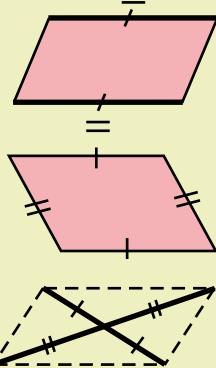


+1. диагонали

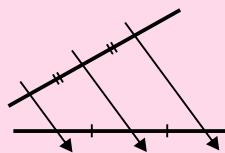


биссектриса

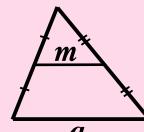
### Признаки



## Теорема Фалеса



## СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ



$$m = \frac{a}{2}$$

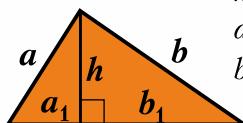
$$m = \frac{a+b}{2}$$

$$m = \frac{a+b}{2}$$

## МЕДИАНЫ 2 : 1

## ПОДОБИЕ

1-й признак



$$h^2 = a_1 b_1$$

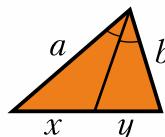
$$a^2 = ca_1$$

$$b^2 = cb_1$$

2-й признак

3-й признак

Свойство биссектрисы треугольника



$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

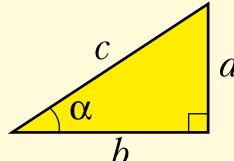
## Тригонометрические функции

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$



$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

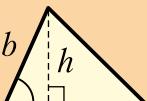
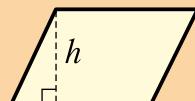
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

## ПЛОЩАДИ

$$S = ab$$



$$S = \frac{ab}{2}$$

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$S = a^2$$

$$S = ah$$

$$S = ab \sin \alpha$$

$$S_\Delta = \frac{1}{2} ah$$

$$S_\Delta = \frac{1}{2} abs \in \alpha$$

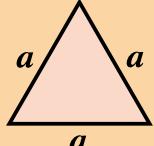
$$S = \frac{d_1 d_2}{2}$$

$$S = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \varphi$$

## Пифагор

$$c^2 = a^2 + b^2$$

обратная



$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Площади подобных треугольников

$$\frac{S}{S_1} = \frac{a^2}{a_1^2} = k^2$$

## ИТОГОВЫЙ