

# **ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ**

Допущено  
Министерством образования Республики Беларусь  
в качестве учебного пособия для студентов  
технических специальностей учреждений,  
обеспечивающих получение высшего образования

**В четырех частях  
Часть 2**

**Комплексные числа.  
Неопределенные и определенные интегралы.  
Функции нескольких переменных.  
Обыкновенные дифференциальные уравнения**

Под общей редакцией  
доктора физико-математических наук,  
профессора *А.П. Рябушко*

6-е издание



Минск  
«Высшая школа»

УДК 51(076.1)(075.8)  
ББК 22.1я73  
И60

*Авторы: А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державец,  
И.Е. Юроть*

*Рецензенты: кафедра высшей математики № 3 Белорусского  
национального технического университета; заведующий кафедрой  
высшей математики УО «Белорусский государственный технологиче-  
ский университет» доктор физико-математических наук, профессор  
В.М. Марченко*

*Все права на данное издание защищены. Воспроизведение всей  
книги или любой ее части не может быть осуществлено без раз-  
решения издательства.*

ISBN 978-985-06-2466-6 (ч. 2) © Издательство «Вышэйшая школа», 2014  
ISBN 978-985-06-2000-2

## ПРЕДИСЛОВИЕ

---

Предлагаемая вниманию читателя книга продолжает комплекс учебных пособий под общим названием "Индивидуальные задания по высшей математике". Он написан в соответствии с действующими программами курса высшей математики в объеме 380 — 450 часов для инженерно-технических специальностей вузов. Этот комплекс может быть использован в вузах других профилей, в которых количество часов, отведенное на изучение высшей математики, значительно меньше. (В последнем случае из предлагаемого материала рекомендуется сделать необходимую выборку.) Кроме того, он вполне доступен для студентов вечерних и заочных отделений вузов.

Настоящий комплекс пособий адресован преподавателям и студентам и предназначен для проведения самостоятельных (контрольных) работ во время аудиторных занятий (АЗ) и выдачи индивидуальных домашних заданий (ИДЗ) по всем разделам курса высшей математики.

Во второй книге комплекса "Индивидуальные задания по высшей математике" содержится материал по комплексным числам, неопределенным и определенным интегралам, функциям нескольких переменных и обыкновенным дифференциальным уравнениям.

Структура второй книги аналогична структуре первой. Нумерация глав, параграфов и рисунков продолжает соответствующую нумерацию в первой книге.

Авторы выражают искреннюю благодарность рецензентам — коллективу кафедры высшей математики № 3 Белорус-

ского национального технического университета, возглавляемому доцентом В. Ф. Бубновым, и заведующему кафедрой высшей математики УО “Белорусский государственный технологический университет” доктору физико-математических наук, профессору В. М. Марченко – за ценные замечания и советы, способствовавшие улучшению книги.

Все отзывы и пожелания просьба направлять по адресу: издательство “Вышэйшая школа”, проспект Победителей, 11, 220048, Минск.

*Авторы*

## ОГЛАВЛЕНИЕ

---

Предисловие .....	3
Методические рекомендации .....	5
<b>7. Комплексные числа и действия над ними .....</b>	<b>9</b>
7.1. Основные понятия. Операции над комплексными числами	9
7.2. Дополнительные задачи к гл. 7.....	13
<b>8. Неопределенный интеграл .....</b>	<b>15</b>
8.1. Первообразная функции и неопределенный интеграл. . .	15
8.2. Непосредственное интегрирование функций .....	19
8.3. Интегрирование функций, содержащих квадратный трех- член .....	23
8.4. Интегрирование заменой переменной (подстановкой). . .	27
8.5. Интегрирование по частям .....	31
8.6. Интегрирование рациональных функций .....	35
8.7. Интегрирование некоторых иррациональных функций . .	40
8.8. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений	45
8.9. Индивидуальные домашние задания к гл. 8. . . . .	48
8.10. Дополнительные задачи к гл. 8. . . . .	148
<b>9. Определенный интеграл. . . . .</b>	<b>150</b>
9.1. Понятие определенного интеграла. Вычисление опреде- ленных интегралов .....	150
9.2. Несобственные интегралы. . . . .	157
9.3. Приложение определенных интегралов к задачам геомет- рии. . . . .	164
9.4. Приложение определенных интегралов к решению задач физического и экономического содержания .....	174
9.5. Индивидуальные домашние задания к гл. 9. . . . .	181
9.6. Дополнительные задачи к гл. 9. . . . .	229
<b>10. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. . . . .</b>	<b>232</b>
10.1. Понятие функции нескольких переменных. Частные про- изводные .....	232
10.2. Полный дифференциал. Дифференцирование сложных и неявных функций. . . . .	237
10.3. Частные производные высших порядков. Касательная плоскость и нормаль к поверхности .....	241
10.4. Экстремум функции двух переменных .....	244
10.5. Индивидуальные домашние задания к гл. 10. . . . .	249
10.6. Дополнительные задачи к гл. 10. . . . .	268

11.1. Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Метод изоклин . . . . .	271
11.2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения . . . . .	276
11.3. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли . . . . .	281
11.4. Уравнения в полных дифференциалах . . . . .	286
11.5. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка . . . . .	288
11.6. Линейные дифференциальные уравнения второго и высших порядков . . . . .	294
11.7. Системы дифференциальных уравнений . . . . .	308
11.8. Индивидуальные домашние задания к гл. 11 . . . . .	321
11.9. Дополнительные задачи к гл. 11 . . . . .	371
Приложения . . . . .	374
Рекомендуемая литература . . . . .	394

Учебное издание

**Рябушко Антон Петрович**  
**Бархатов Виктор Владимирович**  
**Державец Вера Владимировна**  
**Юроть Иван Ефимович**

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ  
ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ**

**В четырех частях**

**Часть 2**

**Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы.  
Функции нескольких переменных.  
Обыкновенные дифференциальные уравнения**

Учебное пособие

Редактор *Е.В. Малышева*  
Художественный редактор *В.А. Ярошевич*  
Технический редактор *Н.А. Лебедевич*  
Корректор *В.И. Аверкина*  
Компьютерная верстка *М.В. Бригер*

Подписано в печать 19.05.2014. Формат 84×108/32. Бумага для офсетной печати.  
Гарнитура «Журнальная». Офсетная печать. Усл. печ. л. 21. Уч.-изд. л. 24,43.  
Тираж 1500 экз. Заказ 1332.

Республиканское унитарное предприятие «Издательство “Высшая школа”».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 1/3 от 08.07.2013.  
Пр. Победителей, 11, 220048, Минск.  
e-mail: market@vshph.com <http://vshph.com>

Республиканское унитарное предприятие «Издательство “Белорусский Дом печати”».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,  
распространителя печатных изданий № 2/102 от 01.04.2014.  
Пр. Независимости, 79, 220013, Минск.

**Индивидуальные задания по высшей математике :**  
**И60** учеб. пособие. В 4 ч. Ч. 2. Комплексные числа. Не-  
определенные и определенные интегралы. Функции  
нескольких переменных. Обыкновенные дифферен-  
циальные уравнения / А. П. Рябушко [и др.] ; под  
общ. ред. А. П. Рябушко. – 6-е изд. – Минск : Вы-  
сшая школа, 2014. – 396 с. : ил.  
ISBN 978-985-06-2466-6.

Это вторая книга комплекса учебных пособий по высшей математике, направленных на развитие и активизацию самостоятельной работы студентов технических вузов. Содержатся теоретические сведения и наборы задач для аудиторных и индивидуальных заданий.

Предыдущее издание вышло в 2011 г.

Для студентов учреждений высшего образования по инженерно-техническим специальностям. Будет полезно студентам экономических специальностей, а также преподавателям учреждений высшего и среднего специального образования.

УДК 51(076.1)(075.8)  
ББК 22.1я73