УДИВИТЕЛЬНАЯ ВСЕЛЕННАЯ

Нил Деграсс Тайсон
Майкл Стросс
Джон Ричард Готт

ДОБРО ПОЖАЛОВАТЬ ВО ВСЕЛЕННУЮ

Издательство АСТ
Москва

УДК 524.8
ББК 22.68
Т14

Оригинальное издание:
WELCOME TO THE UNIVERSE:
THE PROBLEM BOOK
by Neil deGrasse Tyson, Michael Strauss, J. Richard Gott

Печатается с разрешения издательства Princeton University Press
при содействии литературного агентства Synopsis.

Тайсон, Нил Деграсс.

Т14 Добро пожаловать во Вселенную / Н. Д. Тайсон, М. А. Стросс, Дж. Р. Готт ; перевод с английского А. М. Бродоцкой ; под ред. канд. физ.-мат. наук А. М. Красильщикова. — Москва : Издательство АСТ, 2020. — 384 с. — (*Удивительная Вселенная*).

ISBN 978-5-17-117980-9

Предвестником этой книги был вводный курс астрономии для гуманитариев, прочитанный Нилом Деграссом Тайсоном, Майклом Строссом и Ричардом Готтом в Принстоне. Здесь рассмотрены более 100 задач, и этого количества, по мнению авторов, как раз должно хватить, чтобы научиться думать как астрофизик.

В игривой манере авторы демонстрируют, что нам доступно более глубокое понимание свойств бесконечно большого и бесконечно малого, более осмысленный диалог с космосом, причем для этого довольно университетских знаний по алгебре. Авторы предлагают решить физические проблемы микроорганизмов на Европе, сталкивающихся черных дыр, расширяющегося космоса и даже двумерной машины времени ТАРДИС. Не стоит терзать себя вопросами о том, достанет ли вам смекалки, потому что авторы уже позаботились об этом: они снабдили каждую задачу подробным объяснением и привели решение для нее. Курс космической науки для новичков, проверенный временем!

УДК 524.8
ББК 22.68

ISBN 978-5-17-117980-9

Предисловие

Наша книга «Добро пожаловать во Вселенную» основана на вводном обзорном курсе по астрофизике, которые мы с Нилом Деграссом Тайсоном и Ричардом Готтом вот уже много лет совместно ведем в Принстонском университете. Этот курс предназначен для студентов, чья основная специальность не относится к области точных или естественных наук, но мы все же решили не отказываться от вычислений. Чтобы понять, откуда мы знаем, что Большой взрыв произошел 14 миллиардов лет назад, а щепотка вещества белого карлика весит как пять слонов, вполне достаточно математики на уровне алгебры, которую проходят в старших классах, и представления об основных законах физики. Наша цель — не просто рассказать студентам о чудесах Вселенной, но и дать инструменты, с помощью которых они поймут, откуда мы все это знаем. Мы хотим научить студентов применять вычисления и физические рассуждения в повседневной жизни и понимать, что лежит в основе самых что ни на есть реальных вопросов, с которыми сталкиваемся все мы как жители планеты.

Формулы математики, физики и, конечно, астрономии дают возможность заметить связи между понятиями, которые прежде, возможно, казались нам совершенно не связанными. Ньютоновский закон всемирного тяготения связывает силу, действующую на падающий карандаш, с массой и радиусом Земли. Планковский закон излучения дает соотношение между температурой звезды, ее размером и ее светимостью. А знаменитая формула Эйнштейна $E = mc^2$ учит нас, что энергия E и масса m тесно связаны и что в фундаментальном смысле это две стороны одного явления под названием «энергия-масса».

Предисловие

«Добро пожаловать во Вселенную» не задумывалась как учебник: мы рассчитывали, что вы будете читать ее как любую развлекательную книгу, разве что запасетесь блокнотом, чтобы следить за ходом нашей мысли при некоторых расчетах. Однако этой книгой можно пользоваться и в учебной аудитории, вероятно, в дополнение к более традиционному учебнику. Кроме того, она идеальна для использования в ситуациях, когда студенты смотрят лекционные курсы в видеозаписях, а преподаватель ведет только семинарские занятия, где решают задачи. Поэтому мы и составили этот задачник, чтобы вы, и студент, и преподаватель, могли непосредственно познакомиться с количественными и качественными сторонами предмета. Почти все приведенные задачи применяются и в нашем курсе, и в других курсах того же уровня, которые нам случалось вести. У них разная степень сложности — от совсем простых до трудных — но все они не требуют знаний математики выше школьной алгебры. Эти задачи — не просто упражнения по применению астрономических формул: их цель — привести к пониманию конкретных астрофизических проблем. Мы надеемся, что в процессе решения этих задач вы не только уверенно овладеете вычислительными приемами из нашей области науки, но также обретете свою «эврику»: ведь вы получите возможность самостоятельно вычислить темп расширения Вселенной на основе данных наблюдений или повторить расчеты астрономов, когда те впервые зарегистрировали нейтрино от сверхновой, находящейся на расстоянии в 150 000 световых лет.

В конце книги мы поместили решения всех задач. Мы настоятельно советуем сначала попытаться самостоятельно решить задачу и лишь затем подглядывать в решение. Однако вы увидите, что в решениях довольно много методических подробностей и зачастую приводятся дополнительные соображения и материал, выходящий за рамки первоначальной задачи. Даже если вы сможете решить задачу самостоятельно, чтение решения, скорее всего, подарит вам новые знания. Разумеется, самый простой и увлекательный способ чтения — читать задачу вместе с решением, чтобы сразу видеть и ответы, и методы решения.

Предисловие

Многие задачи вполне можно использовать и в учебной аудитории или как основу для похожих задач, которые учитель или преподаватель вуза составит сам. У нас есть склонность к сериям задач, которые опираются друг на друга, но их вполне можно упростить на усмотрение преподавателя. Основные понятия в этих задачах иногда повторяются. Например, у нас много задач на исследование диапазона плотностей во Вселенной, от предельной плотности черных дыр, определяемой нашим недостаточным пониманием квантовой гравитации (да-да, и это тоже можно рассчитать при помощи школьной алгебры), до крайне низкой плотности Вселенной в целом. Мы просим наших студентов не просто подставлять числа в формулу, но и разъяснять решения задач, заданных на дом, как можно подробнее (то есть словами), чтобы показать, насколько они понимают контекст и содержание своих рассуждений. Каждый преподаватель должен сам найти баланс между литературой и математикой для своих учеников. Поэтому в книге довольно много заданий, подразумевающих качественный ответ, а есть и такие, где предполагается написать небольшое сочинение по тому или иному вопросу.

Задачник начинается с общих рассуждений и советов по приемам и методам решения задач. Мы предполагаем, что вы знакомы с экспоненциальным представлением чисел, поэтому именно так мы записываем очень большие и очень маленькие числа, которые в нашей области встречаются очень часто. Задачи упорядочены в соответствии со структурой глав «Большого космического путешествия»*, что позволяет читать его параллельно с задачником. В особом разделе после текстов задач мы приводим некоторые полезные величины и формулы, которые пригодятся для решения многих из них (и несколько дополнительных); эти величины следует считать заданными в условиях задач, если нет других указаний. Одна из сквозных тем книги — мысль о том, что алгебра зачастую проще арифметики, поэтому мы делаем

* Из-во «Питер», 2018 г.

упор на алгебраические приемы, используемые, чтобы упростить задачу, и лишь в последнюю очередь подставляем числа. Многие задачи требуют ответа с «астрономической точностью» (то есть в грубом приближении), и мы наглядно демонстрируем, что такое «арифметика без калькулятора», способная быстро дать достаточно точный ответ.

Мы благодарим всех, кто принимал участие в составлении задач. Наши коллеги Крис Чиба, Джо Паттерсон, Анатолий Спитковский, Дженни Грин и Дэвид Сперджел использовали многие из этих задач в рамках вводного курса по астрономии в Принстоне и помогли нам скорректировать их. Многие задачи составил Крис Чиба, и мы сделали в них соответствующие пометки. Полезные замечания и соображения по многим задачам высказали Джереми Гудмен, Дэвид Сперджел, Вера Глусевич и Марианджела Лизанти. Мы сотрудничали с большим количеством младших преподавателей, студентов и выпускников, которые помогли нам уточнить решения и проделали львиную долю работы по проверке домашних и экзаменационных работ. Спасибо нашему чудесному редактору Ингрид Ньерлих за твердую веру в эту книгу и за неоцененимую помощь. А главное — спасибо тысячам студентов, выбравшим наш курс в Принстоне: их энергия, любознательность и глубокие вопросы служат для нас неисчерпаемым источником вдохновения.

Майкл А. Стросс
март 2017 года

Немного математики

Значащие цифры

Курсы математики в школе и вузе приучили вас к мысли, что число — это абсолютное и точное количество. Так, например, если вас просят разделить 10 на 3, точный ответ равен 3,3333… или $3,\overline{3}$, где знак $\overline{}$ над цифрой 3 означает, что тройки будут тянуться бесконечно.

Однако в физике, а особенно в астрономии, точные числа сплошь и рядом не известны. Мы указываем количество значащих цифр в записи числа, то есть количество цифр, которыми оно записывается в экспоненциальном представлении. Например, у числа $5{,}2987 \times 10^{-11}$ пять значащих цифр, а у числа 4 ($= 4 \times 10^0$) только одна значащая цифра. Когда мы записываем число с определенным количеством значащих цифр, мы тем самым утверждаем, что это число нам известно с конкретной точностью. То есть, когда мы записываем число вроде $5{,}2987 \times 10^{-11}$, мы говорим, что уверены, что оно не больше чем $5{,}2988 \times 10^{-11}$ и не меньше чем $5{,}2986 \times 10^{-11}$. Такая погрешность (или точность) сохраняется в ходе всех вычислений с участием этого числа.

Например, предположим, нам известно, что до ближайшей звезды около 4 световых лет, и нас попросили перевести это число в километры. Мы знаем, что 1 световой год примерно равен $9{,}46 \times 10^{12}$ км, поэтому вычислить это просто:

$$4\ \text{световых года} = 4\ \text{световых года} \times \frac{9{,}46 \times 10^{12}\ \text{км}}{1\ \text{световой год}} = 3{,}784 \times 10^{13}\ \text{км}.$$

Ваш калькулятор покажет такое число, но это неправильный ответ. Дело в том, что число 4 световых года дано вам лишь с одной значащей цифрой. То есть из формулировки задачи мы знаем лишь, что расстояние до ближайшей звезды от 3,5 до 4,5 светового года (то есть от $3{,}3 \times 10^{13}$ км до $4{,}5 \times 10^{13}$ км). Поэтому давать ответ с четырьмя значащими цифрами ошибочно и нецелесообразно: из этого следовало бы, что вы знаете ответ гораздо точнее, чем на самом деле.

Поэтому правильно проводить любые вычисления с участием умножения и деления с ограничением точности ответа до точности заданного числа с наименьшим количеством значащих цифр. В нашем случае значение 4 световых года имеет ровно одну значащую цифру, поэтому и ответ должен содержать одну значащую цифру. Правильный ответ в нашем примере — 4×10^{13} км.

Обратите внимание, что если бы мы сообщили вам, что расстояние до ближайшей звезды составляет 4,00 световых года, то таким образом вам были бы заданы три значащие цифры, и тогда вы должны были бы дать результат в километрах в виде числа с тремя значащими цифрами.

В ходе астрономических исследований часто оказывается, что те или иные величины известны довольно приблизительно — с одной или двумя значащими цифрами. Это делает расчеты существенно проще, чем в других случаях. Когда производишь арифметические вычисления с одной значащей цифрой (как во многих задачах из этой книги), все и правда упрощается, а вы получаете возможность делать приближения, от которых ваш школьный учитель физики пришел бы в ужас, например, $4/3 \approx 1{,}3 \times 3 \approx 10$ и так далее. Вернемся к примеру с 4 световыми годами. Мы уже знаем, что окончательный ответ должен содержать только одну значащую цифру, поэтому имеем право округлить количество километров в световом годе до одной значащей цифры: 1 световой год $= 1 \times 10^{13}$ км. Теперь вычисления становятся настолько простыми, что мы обойдемся без калькулятора:

$$4 \text{ световых года} = 4 \text{ световых года} \times \frac{1 \times 10^{13} \text{ км}}{1 \text{ световой год}} = 4 \times 10^{13} \text{ км}.$$

Вычислить это проще, чем первое выражение, здесь труднее сделать ошибку, и более того, вычисление даст нам ответ с верным числом значащих цифр. В решениях задач из этого сборника мы приведем множество примеров подобных арифметических вычислений без калькулятора. Однако при длинных расчетах иногда полезно сохранить одну дополнительную значащую цифру в процессе вычисления, а округлить только в конце. Приведем простой пример: при вычислении $2{,}4 \times 4$ у вас может возникнуть искушение округлить первый множитель до 2 и получить результат 8. Но на самом деле вычисления дают 9,6, а при округлении получается 10.

На минутку остановимся на том, зачем нужны значащие цифры. На самом деле они выражают неопределенность наших знаний о той или иной величине. Так, предположим, нам задали сложить 8 и 6. Единственная значащая цифра в обоих случаях предполагает погрешность около одного (приблизительно) в каждом слагаемом. Сумма 8 и 6 равна 14; следует ли нам округлять результат до одной значащей цифры, то есть до 10? В этом случае — нет, поскольку мы знаем, что погрешность суммы приблизительно равна сумме погрешностей двух слагаемых (то есть составляет около двух)*. Округлить 14 до 10 — значит изменить число на величину гораздо больше, чем погрешность суммы, а следовательно, в этом случае лучше придерживаться двух значащих цифр.

Мы не всегда будем записывать числа в экспоненциальном представлении, но количество значащих цифр обычно будет ясно из контекста. Например, если мы скажем, что температура звезды составляет 10 000 градусов, вы можете предположить, что это число известно с точностью до одной или, вероятно, двух значащих цифр, если прямо не указано иначе.

---

* Существует математически корректный способ вычисления погрешности суммы, который дает несколько меньшую величину, но это выходит за рамки нашей книги.

Практические правила таковы.

• При вычислениях с участием чисел с одной или двумя значащими цифрами можно проводить арифметические расчеты без калькулятора, как показано выше, и давать ответ из одной (иногда двух) значащих цифр. Именно такими будут большинство расчетов в этой книге.

• Если нужно отследить больше значащих цифр, проще всего выполнить «точные» вычисления на калькуляторе, а округлить до подходящего количества значащих цифр только в самом конце.

В астрономических исследованиях нам часто нужны грубые оценки «по порядку величины», и многие задачи составлены в этом духе. Например, в одной задаче мы спросим вас, поместится ли 1 тонна вещества белого карлика в спичечный коробок, и для подобной задачи четкий ответ на вопрос даст вам одна значащая цифра!

Вышеприведенные правила о значащих цифрах несколько усложняются при вычитании. Нам иногда будут встречаться задачи, где нужно найти разность двух больших чисел:

$$4000{,}001 - 4000{,}000 = 0{,}001.$$

В этом примере, если мы округлим числа до того, как производить вычитание, то останемся с ответом «нуль» и в результате упустим суть задачи. В другом примере из раздела «Большого космического путешествия», посвященного теории относительности, нам придется иметь дело с телами, движущимися *очень близко* к скорости света c, и мы запишем их скорость в виде, скажем, $v = 0{,}999999999999\,c$. Естественно, у вас возникнет соблазн округлить это число до c, однако, как мы увидим, физически значимая величина (причем именно та величина, которую мы на самом деле измеряем, то есть интересующее нас число) представляет собой разницу между c и реальной скоростью v (то есть $10^{-12}\,c$ в нашем примере), которую мы на самом деле знаем с точностью до одной значащей цифры. В формулировках задач, где возникают подобные вопросы, мы дадим соответствующие подсказки.

Алгебра и арифметика

Хотя в школе изучают сначала арифметику, а уже потом алгебру, зачастую арифметика труднее алгебры. Когда вы будете решать эти задачи, полезно придерживаться общего правила: *сначала* как можно сильнее упрощать выражения при помощи алгебраических приемов и лишь *потом* производить арифметические вычисления. Приведем пример, который встретится в одной из задач. Нужно найти отношение корней четвертой степени из светимостей двух звезд, которые составляют соответственно $3{,}2 \times 10^{27}$ и 2×10^{26} Дж/с:

$$\frac{\left(3{,}2\times10^{27}\text{ Дж/с}\right)^{1/4}}{\left(2\times10^{26}\text{ Дж/с}\right)^{1/4}}.$$

В этот момент у вас возникнет соблазн достать калькулятор и узнать, что

$$(3{,}2 \times 10^{27}\text{ Дж/с})^{1/4} = 7{,}52 \times 10^{6}\text{ (Дж/с)}^{1/4};$$

$$(2 \times 10^{26}\text{ Дж/с})^{1/4} = 3{,}76 \times 10^{6}\text{ (Дж/с)}^{1/4}.$$

После чего вычислить отношение, все это время не находя себе места от страха, что вы делаете что-то не то со значащими цифрами, и не понимая, что означает странное выражение $(\text{Дж/с})^{1/4}$. Однако жизнь заметно упростится, если понимать, что отношение степеней — это степень отношения, то есть можно записать выражение в виде

$$\left(\frac{3{,}2\times10^{27}\text{ Дж/с}}{2\times10^{26}\text{ Дж/с}}\right)^{1/4} = 16^{1/4} = 2.$$

Мам, смотри, как я могу без калькулятора! И размерности тоже сократились! Среди наших задач будет очень много таких, которые легко решаются с помощью подобных фокусов.

В задачах часто бывает нужно вычислить отношения пропорциональных величин. Предположим, в задаче говорится о двух звездах с одинаковой температурой поверхности, но радиус звезды A в два раза больше радиуса звезды B и мы просим вас вычислить отношение их светимостей. Из книги

«Большое космическое путешествие» вы узнаете, что при фиксированной температуре светимость звезды L пропорциональна квадрату ее радиуса R:

$$L \propto R^2,$$

где символ $\propto$ означает «пропорциональна». То есть это означает, что существует некая постоянная C, такая, что

$$L = CR^2.$$

На основании этого найдем отношение двух светимостей:

$$\frac{L_A}{L_B} = \frac{CR_A^2}{CR_B^2} = \frac{R_A^2}{R_B^2} = \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2.$$

Обратите внимание, что постоянная C здесь сокращается, нам не нужно ее знать. Но если обозначить эту постоянную как C, это даст нам возможность не забыть, что значит пропорциональность. Также обратите внимание на уже знакомый прием: мы превращаем отношение квадратов в квадрат отношения. Нам уже сказали, что $R_A / R_B = 2$, так что вычисления очень просты: отношение светимостей равно квадрату указанной величины, то есть 4.

Часть I

ЗВЕЗДЫ, ПЛАНЕТЫ, ЖИЗНЬ