

УДК 51
ББК 22.1я9
К66

*Все права защищены. Перепечатка отдельных глав
и произведения в целом без письменного разрешения
владельцев прав запрещена.*

Издается по лицензии
ООО «Издательство «Мир и Образование»

Научное редактирование книги и подготовка ее к изданию
выполнены *А.М. Суходским*

Кордемский, Борис Анастасьевич.

К66 Математическая смекалка. Лучшие логические задачи, головоломки и упражнения / Б. А. Кордемский. — Москва : Издательство АСТ : Мир и Образование, 2018. — 464 с.: ил. — (Интеллектуальные игры и головоломки).

ISBN 978-5-17-111240-0 (Издательство АСТ)

ISBN 978-5-94666-862-0 (Мир и Образование)

Книга мэтра отечественной научно-популярной литературы Бориса Анастасьевича Кордемского — сборник математических миниатюр: разнообразных занимательных задач, математических игр, головоломок, шуток и фокусов. Она неоднократно выходила как в нашей стране, так и за рубежом. В течение многих лет была и остается настольной книгой многих поколений преподавателей и учащихся.

Все, кто увлекается математикой, — независимо от возраста — получают возможность потренировать мышление, находчивость и изобретательность.

В конце книги приводятся ответы и подробные решения ко всем задачам.

**УДК 51
ББК 22.1я9**

ISBN 978-5-17-111240-0 (Издательство АСТ)

ISBN 978-5-94666-862-0 (Мир и Образование)

© Ничкова Н. Б., Фохт О. Б., 2016

© ООО «Издательство «Мир и Образование», 2018

ПРЕДИСЛОВИЕ

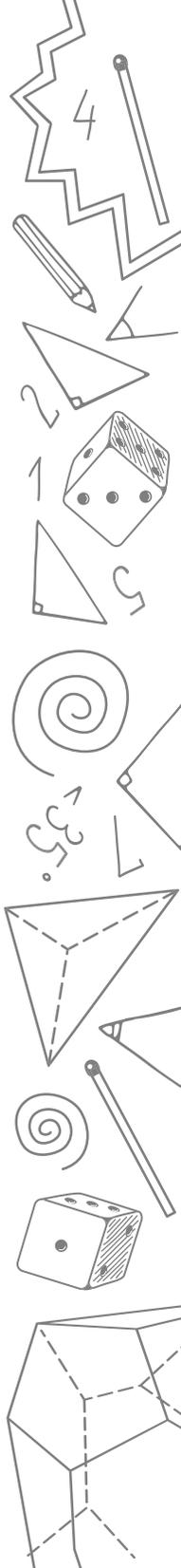
Настоящее издание представляет собой современное переиздание одноименной книги мэтра отечественной научно-популярной литературы Б. А. Кордемского (1907—1999). Эта книга неоднократно переиздавалась как в нашей стране, так и за рубежом, в течение многих лет она была и остается настольной книгой многих поколений учащихся, а также всех тех, кто увлекается математикой независимо от возраста и желает потренировать свои мышление, находчивость и изобретательность. Книга представляет собой сборник математических миниатюр — разнообразных занимательных задач, математических игр, шуток и фокусов, тренирующих и шлифующих мышление читателя.

Цель данной книги состоит в том, чтобы влюбить тех, кто ею пользуется, в древнейшую, но вечно цветущую науку — математику, мир которой полон неразгаданных и разгаданных тайн, удивительных и драматических явлений, захватывающих событий и поразительных открытий.

Легкий юмор фабулы, неожиданность ситуации в условии задачи и развязке при ее решении, стройность геометрических форм, изящество решения, в котором сочетаются простота и оригинальность методов его получения, — вот основные элементы эстетики занимательных задач «на смекалку» и одновременно возбудители сил притяжения внимания мыслящего человека.

При написании книги автор отбирал и обрабатывал многочисленные задачи, содержащиеся в отечественной и зарубежной научно-популярной литературе, и систематизировал эти задачи по главам (хотя систематизация весьма условна). Многие задачи были составлены и решены самим автором.

В конце книги приводятся ответы и подробные решения ко всем задачам, но, по мнению автора, не следует торопиться заглядывать в них. Если решить какую-то задачу не удастся сразу, то можно про-



пустить ее и перейти к другой, а к пропущенной задаче вернуться позже.

Настоящая книга не предназначена для легкого чтения «в один присест», а требует работы на протяжении, быть может, ряда лет, это — книга для регулярной умственной гимнастики небольшими порциями, помощник читателя в его постепенном математическом развитии.

Весь материал книги подчинен воспитательной и образовательной цели: побудить читателя к самостоятельному творческому мышлению, к дальнейшему совершенствованию своих математических знаний.

Желаем вам успеха!

А. М. Суходский



«Книга – книгой,
А мозгами двигай»
В. Маяковский

Глава 1

ЗАТЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ

Раздел А

Проверьте свою смекалку сначала на таких задачах, для решения которых требуются лишь настойчивость, терпение, сообразительность и умение складывать, вычитать, умножать и делить целые числа.

1 Наблюдательные школьники

Школьники – мальчик и девочка – только что произвели метеорологические измерения.

Теперь они отдыхают на пригорке и смотрят на проходящий мимо них товарный поезд.

Паровоз на подъеме отчаянно дымит и пыхтит. Вдоль полотна железной дороги ровно, без порывов дует ветер.

– Какую скорость ветра показали наши измерения? – спросил мальчик.

– 7 метров в секунду.

– Сегодня мне этого достаточно, чтобы определить, с какой скоростью идет поезд.

– Ну да? – усомнилась девочка.

– А ты присмотришься повнимательнее к движению поезда.

Девочка немного подумала и тоже сообразила, в чем тут дело.

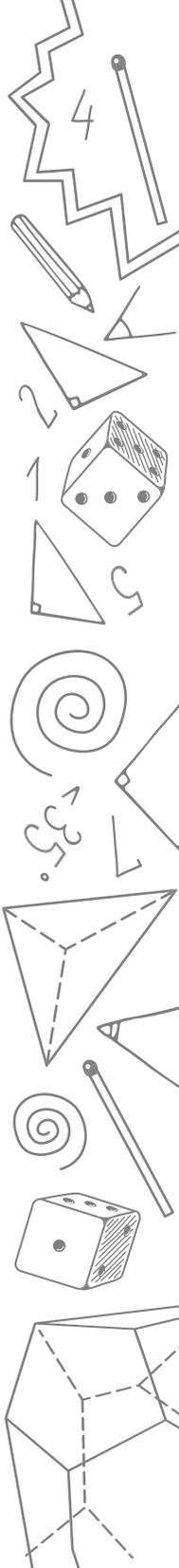




Рис. 1

А увидели они в точности то, что изображено на рис. 1. С какой же скоростью шел поезд?

2 Каменный цветок

Помните талантливого умельца мастера Данилу из сказки П. Бажова «Каменный цветок»?

Рассказывают, что Данила, будучи еще учеником, выточил два таких цветка (рис. 2), листья, стебли и лепестки которых разнимались, а из образовавшихся частей цветков можно было сложить пластинку в форме круга.

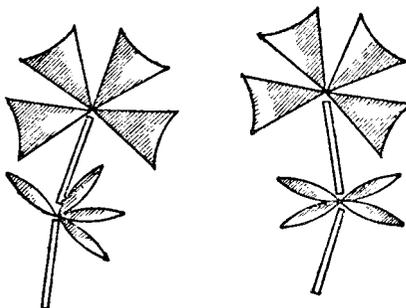


Рис. 2

Попробуйте! Перерисуйте цветочки на бумагу или картон, вырежьте лепестки, стебли и листья и сложите круг.

3 Перемещение шашек

Положите на стол 6 шашек в ряд попеременно — черную, белую, еще черную, еще белую и т. д. (рис. 3).

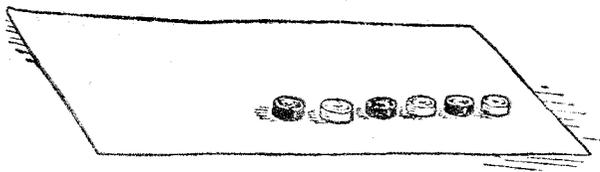


Рис. 3

Справа или слева оставьте свободное место, достаточное для четырех шашек.

Требуется переместить шашки так, чтобы слева оказались все белые, а вслед за ними все черные. При этом перемещать на свободное место нужно сразу две рядом лежащие шашки, не меняя порядка, в котором они лежат. Для решения задачи достаточно сделать три перемещения (три хода)*.

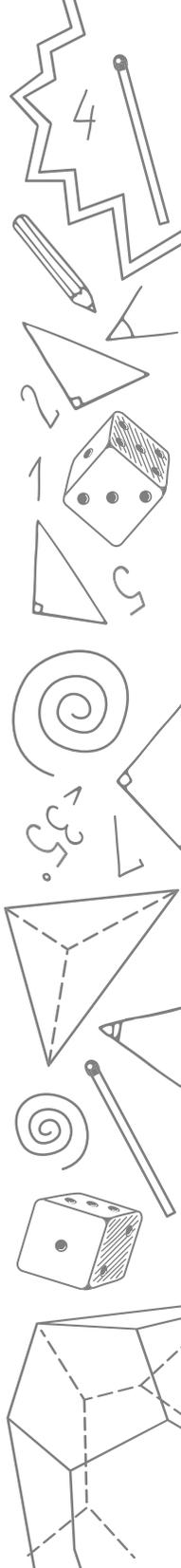
Если у вас нет шашек, воспользуйтесь монетами или нарежьте кусочки бумаги, картона.

4 В три хода

Положите на стол три кучки спичек. В одну кучку положите 11 спичек, в другую — 7, а в третью — 6. Перекладывая спички из любой кучки в любую другую, нужно сравнять все три кучки, чтобы в каждой было по 8 спичек. Это возможно, так как общее число спичек (24) делится на 3 без остатка; при этом требуется соблюдать такое правило: к любой кучке разрешается добавлять ровно столько спичек, сколько в ней есть. Например, если в кучке 6 спичек, то и добавить к ней можно только 6; если в кучке 4 спички, то и добавить к ней можно только 4.

Задача решается в три хода.

* Тема этой задачи получает дальнейшее развитие в гл. 2 (см. задачи 88 и 89).



5 Сосчитайте!

Проверьте свою геометрическую наблюдательность: сосчитайте, сколько треугольников в фигуре, изображенной на рис. 4.

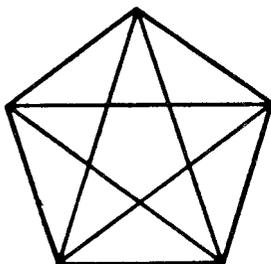


Рис. 4

6 Путь садовника

На рис. 5 изображен план небольшого яблоневого сада (точки — яблони). Садовник обработал все яблони подряд. Он начал с клетки, отмеченной звездочкой, и обошел одну за другой все клетки, как занятые яблонями, так и свободные, ни разу при этом не возвращаясь на пройденную клетку. По диагоналям он не ходил и на заштрихованных клетках не был, так как там помещались различ-

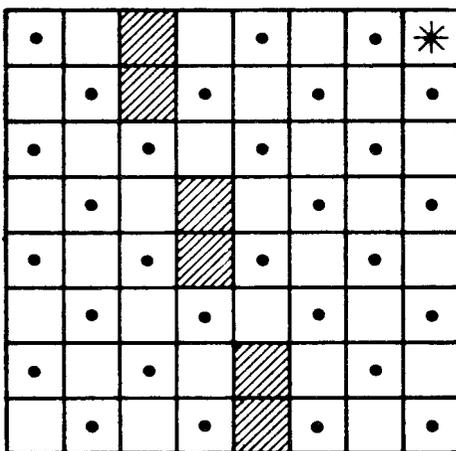


Рис. 5

ные строения. Закончив обход, садовник оказался на той же клетке, с которой начал свой путь.

Начертите в своей тетради путь садовника.

7 Надо смекнуть

В корзине лежат пять яблок. Как разделить эти яблоки между пятью девочками, чтобы каждая девочка получила по одному яблоку и чтобы одно яблоко осталось в корзине?

8 Не долго думая

Скажите, сколько в комнате кошек, если в каждом из четырех углов комнаты сидит по одной кошке, против каждой кошки сидит по три кошки и на хвосте у каждой кошки сидит по кошке?

9 Вниз – вверх

Мальчик плотно прижал грань синего карандаша к грани желтого карандаша. Один сантиметр (в длину) прижатой грани синего карандаша, считая от нижнего конца, запачкан краской. Желтый карандаш мальчик держит неподвижно, а синий, продолжая прижимать к желтому, опускает на 1 см, затем возвращает в прежнее положение, опять опускает на 1 см и снова возвращает в прежнее положение; так он 10 раз опускает и 10 раз поднимает синий карандаш (20 движений).

Если допустить, что за это время краска не высыхает и не истощается, то на сколько сантиметров в длину окажется запачканным желтый карандаш после 20-го движения?

10 Переправа через реку (старинная задача)

Небольшой воинский отряд подошел к реке, через которую необходимо было переправиться. Мост сломан, а река глубока. Как быть? Вдруг офицер замечает у берега двух мальчиков и лодку. Но лодка так мала, что на ней может переправиться только один солдат или только двое мальчиков – не больше! Однако все солдаты переправились через реку именно на этой лодке. Каким образом?



Решайте эту задачу «в уме» или практически — используя шашки, спички или что-либо в этом роде и передвигая их по столу через воображаемую реку.

11 Волк, коза и капуста

Это также старинная задача, она встречается в сочинениях VIII в. и имеет сказочное содержание.



Рис. 6

Некий человек должен был перевезти в лодке через реку волка, козу и капусту. В лодке мог поместиться только один человек, а с ним или волк, или коза, или капуста. Но если оставить волка с козой без человека, то волк съест козу, если оставить козу с капустой, то коза съест капусту, а в присутствии человека «никто никого не ел». Человек все-таки перевез свой груз через реку.

Как он это сделал?

12 Выкатить черные шарики

В узком и очень длинном желобе находятся 8 шариков: четыре черных слева и четыре белых чуть большего диаметра справа (рис. 7). В средней части желоба в стенке имеется небольшая ниша, в которой может поместиться только один шарик (любой). Два шарика могут расположиться рядом поперек желоба только в том месте, где находится ниша. Левый конец желоба закрыт, а в правом конце есть

отверстие, через которое может пройти любой черный шарик, но не белый. Как выкатить из желоба все черные шарики? Вынимать шарики из желоба не разрешается.



Рис. 7

13 Ремонт цепи

Знаете, над чем задумался молодой мастер (рис. 8)? Перед ним пять звеньев цепи, которые надо соединить в одну цепь, не используя дополнительных колец. Если, например, расковать кольцо 3 (одна операция) и зацепиться им за кольцо 4 (еще одна операция), затем расковать кольцо 6 и зацепиться за кольцо 7 и т. д., то всего получится восемь операций, а мастер стремится сковать цепь с помощью только шести операций. Ему это удалось. Как он действовал?



Рис. 8

14 Исправьте ошибку

Возьмите 12 спичек и выложите из них «равенство», изображенное на рис. 9.



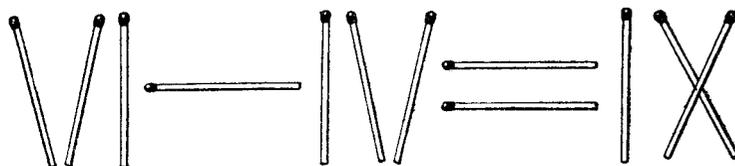


Рис. 9

Равенство, как видите, неверное, так как получается, что $6 - 4 = 9$. Переложите одну спичку так, чтобы получилось правильное равенство.

15 Две шутки

1°. На столе лежат три спички. Не прибавляя ни одной спички, сделайте из трех — четыре. Ломать спички нельзя.

2°. Вот еще аналогичная шутка. Вы можете ее предложить своему товарищу.

Положите на стол три спички и предложите товарищу добавить к ним еще две так, чтобы получилось восемь. Разумеется, ломать спички нельзя.

16 Три квадрата

Из 8 палочек (например, спичек), четыре из которых вдвое короче остальных четырех, требуется составить три равных квадрата.

17 Сколько деталей?

В токарном цехе завода вытачивают детали из свинцовых заготовок. Из одной заготовки — деталь. Стружки, получившиеся при изготовлении шести деталей, можно переплавить и получить еще одну заготовку. Сколько деталей можно сделать таким образом из 36 свинцовых заготовок?

18 Попробуйте!

В квадратном зале для танцев требуется поставить вдоль стен 10 кресел так, чтобы у каждой стены стояло кресел поровну.

19 Расстановка флажков

Ко дню пуска гидроэлектростанции нужно украсить ее снаружи со всех четырех сторон гирляндами, лампочками и флажками. Флажков немного, всего 12.

Сначала расставили их по 4 с каждой стороны, как показано на схеме (рис. 10), потом сообразили, что эти же 12 флажков можно расставить по 5 и даже по 6 с каждой стороны. Первый проект понравился больше, и решили расставить по 5 флажков.

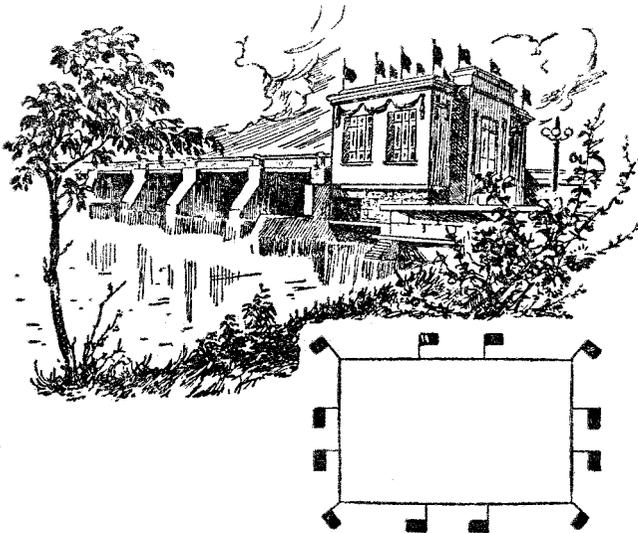


Рис. 10

Покажите на схеме, как расставили 12 флажков по 5 с каждой из четырех сторон и как могли бы их расставить по 6 флажков.

20 Сохранить четность

Возьмите 16 каких-нибудь предметов (бумажек, монет, слив или шашек) и расположите их по 4 в ряд (рис. 11). Теперь уберите 6 штук, но так, чтобы в каждом горизонтальном и в каждом вертикальном ряду осталось по четному числу предметов. Убирая разные 6 штук, можно получить разные решения.



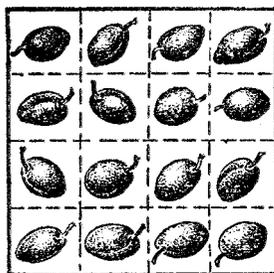


Рис. 11

21 «Волшебный» числовой треугольник

В вершинах треугольника я поместил числа 1, 2 и 3 (рис. 12), а вы разместите числа 4, 5, 6, 7, 8, 9 по сторонам треугольника так, чтобы сумма всех чисел вдоль каждой стороны треугольника была равна 17. Это нетрудно, так как я подсказал, какие числа следует поместить в вершинах треугольника.

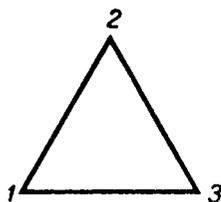


Рис. 12

Значительно дольше придется вам потрудиться, если я заранее не скажу, какие числа следует поместить в вершинах треугольника, и предложу снова разместить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, каждое по одному разу, вдоль сторон и в вершинах треугольника так, чтобы сумма чисел на каждой стороне треугольника была равна 20.

Когда получите искомое расположение чисел, поищите еще и новые расположения. Условия задачи могут выполняться при самых разнообразных расположениях чисел.

22 Как играли в мяч 12 девочек

Двенадцать девочек стали в круг и начали играть в мяч. Каждая девочка бросала мяч своей соседке слева. Когда мяч обходил весь круг,

его перебрасывали в противоположном направлении. Через некоторое время одна девочка сказала:

– Будем лучше бросать мяч через одного человека.

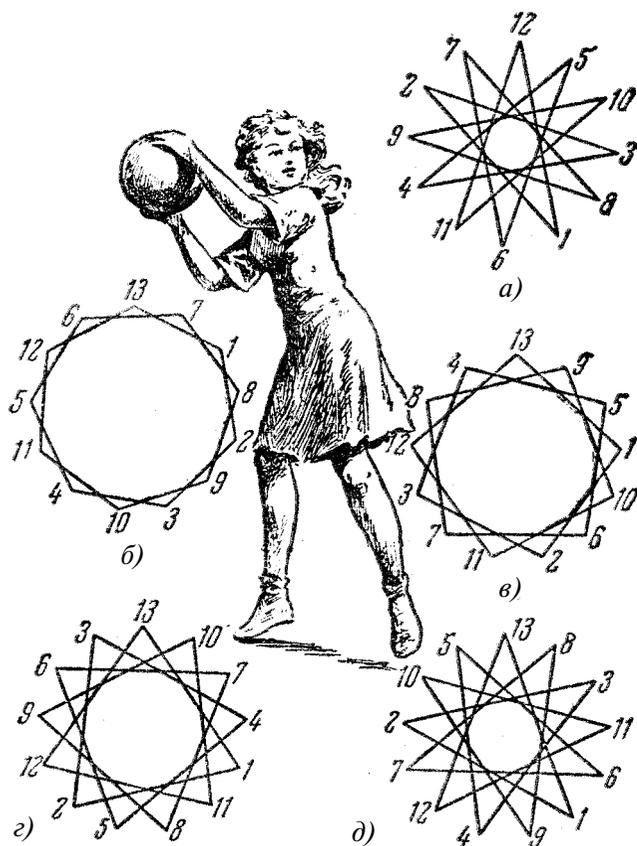


Рис. 13

– Но так как нас двенадцать, то половина девочек не будет участвовать в игре, – живо возразила Наташа.

– Тогда будем бросать мяч через двух! (Каждая третья ловит мяч.)

– Еще хуже: играть будут только четверо... Если хотите, чтобы все девочки играли, надо бросать мяч через четырех (пятая ловит). Другой комбинации нет.

– А если бросать мяч через шесть человек?



– Это будет та же самая комбинация, только мяч пойдет в противоположном направлении.

– А если играть через десять (каждая одиннадцатая ловит мяч)? – допытывались девочки.

– Таким способом мы уже играли...

Девочки стали рисовать схемы всех предлагавшихся способов игры и очень скоро убедились в том, что Наташа была права. Только одна схема игры (кроме первоначальной) охватывала всех участниц без исключения (рис. 13, *а*).

Вот если бы игравших девочек было тринадцать, то мяч можно было бы бросать и через одну (рис. 13, *б*), и через двух (рис. 13, *в*), и через трех (рис. 13, *г*), и через четырех (рис. 13, *д*), и всякий раз игра охватывала бы всех участниц. Выясните, можно ли при тринадцати играющих бросать мяч через пять человек? А можно ли бросать мяч через шесть человек при тринадцати играющих? Подумайте и для наглядности нарисуйте соответствующие схемы.

23 **Четырмя прямыми**

Возьмите лист бумаги и нанесите на нем девять точек так, чтобы они расположились в форме квадрата, как показано на рис. 14. Перечеркните теперь все точки четырьмя прямыми, не отрывая карандаша от бумаги.

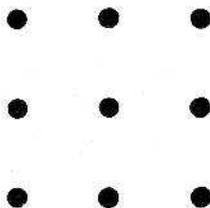


Рис. 14

24 **Отделить коз от капусты**

Решите теперь задачу, в некотором смысле противоположную предыдущей. Там мы соединяли точки прямыми, а здесь требуется провести три прямые так, чтобы отделить коз от капусты (рис. 15).

На рисунке в книге проводить прямые не следует. Перерисуйте схему расположения коз и капусты в тетрадь и после этого попробуйте